

# Wechselwirkung von Ionen- und Elektronenwellen mit intensitätsgleicher Emission bei der einfachen und doppelten Plasmafrequenz

D. BEERMANN

AEG-TELEFUNKEN, Ulm

(Z. Naturforsch. **26 a**, 1909—1918 [1971]; eingegangen am 5. Juni 1971)

Nonlinear interaction of longitudinal plasma waves in two-fluid plasma exciting the solar type II burst emission is investigated. The interaction of ion and electron waves yields radiation at the fundamental plasma frequency, while emission at twice the plasma frequency is caused by self-interaction of the electron waves. Equal flux intensity results in both the radiation bands if the variation of electron density associated with the two wave modes is of the same order of magnitude.

## 1. Einleitung

Im Hinblick auf die Deutung der solaren Radiobursts sind aus den letzten Jahren eine Reihe von Untersuchungen bekannt, die die Entstehung von elektromagnetischen Wellen im Plasma diskutieren. Es ist naheliegend, als Energiequelle der Strahlung mechanische Strömungsenergie, die in die Sonnenkorona gelangt, anzunehmen. Die unmittelbare Anregung transversaler, elektromagnetischer Wellen durch Plasmaströmungen ist jedoch schwer verständlich im Gegensatz zu der Anfachung longitudinaler Wellen, die sich zwanglos deuten lässt<sup>1</sup>. Da den longitudinalen Elektronenwellen Frequenzen, die bei der Plasmafrequenz  $\omega_p$  liegen, zugeordnet sind und weiter die Burst-Strahlung vom Typ II häufig in zwei schmalen Frequenzbändern mit mittleren Frequenzen um  $\omega_p$  und  $2\omega_p$  aus dem Sonnenplasma emittiert wird, liegt es nahe, die transversalen Wellen mit den longitudinalen Schwingungen in Verbindung zu bringen<sup>2</sup>.

Es ist dann zu klären, wie die Plasmawellen, entstanden aus den Gasströmungen, die Emission transversaler Wellen hervorrufen können. In linearer Näherung kompensieren sich Leitungs- und Verschiebungsstrom im Plasma. Eine Energieübertragung aus den Elektronenplasmawellen in das transversale Wellenfeld ist in einer linearen Theorie

nur möglich, wenn Inhomogenitäten oder Anisotropien des Plasmas zu einem rotatorischen Stromdichteanteil<sup>3–6</sup> führen. Die abgestrahlten Frequenzen liegen dann im Frequenzband bei  $\omega_p$ . Dagegen gestattet die gegenseitige, nichtlineare Wechselwirkung der longitudinalen Wellen unter Vernachlässigung der Ionenbewegung die Strahlung bei  $2\omega_p$  zu deuten, ohne dabei zusätzlich Annahmen über die Gegebenheiten im Plasma machen zu müssen<sup>7–11</sup>. Um auch die Emission im Bereich der einfachen Plasmafrequenz ohne äußere Einwirkungen zu erklären, wird die Streuung der Plasmawellen an thermischen Dichteschwankungen des Plasmas diskutiert<sup>12</sup>. Die dabei erzeugte Intensität erscheint jedoch im allgemeinen als zu gering, um die beobachteten, in den beiden Frequenzbändern praktisch gleich großen, nicht-thermischen Burst-Intensitäten vollständig verstehen zu können.

Ausgehend von longitudinalen Plasmawellen wird daher im folgenden ein Wechselwirkungsmechanismus dieser Wellen unter Berücksichtigung der Ionenbewegung erörtert, der zu Intensitätsgleichheit der Emission in den beiden Frequenzbereichen führen kann. Während die Kombination der Elektronenplasmawellen untereinander, entsprechend ihrer Frequenzen um  $\omega_p$ , für die Emission bei der doppelten Plasmafrequenz verantwortlich

Sonderdruckanforderungen an Dr. D. BEERMANN, AEG-Telefunken (N 1), Fachbereich Hochfrequenztechnik, D-7900 Ulm, Postfach 830.

<sup>1</sup> J.-D. WELLY, Z. Naturforsch. **18a**, 1157 [1963].

<sup>2</sup> R. W. LARENZ, Kleinheubacher Berichte Bd. **13**, 159 [1969].

<sup>3</sup> G. B. FIELD, Astrophys. J. **124**, 555 [1956].

<sup>4</sup> D. A. TIDMAN, Phys. Rev. **117**, 366 [1960].

<sup>5</sup> R. W. LARENZ, Z. Naturforsch. **10a**, 901 [1955].

<sup>6</sup> D. A. TIDMAN u. G. H. WEISS, Phys. Fluids **4**, 703 [1961].

<sup>7</sup> D. A. TIDMAN u. G. H. WEISS, Phys. Fluids **4**, 866 [1961].

<sup>8</sup> P. A. STURROCK, Phys. Fluids **8**, 281 u. 1509 [1965].

<sup>9</sup> J. LEVEN, Ann. Phys. **16**, 235 [1965].

<sup>10</sup> G. BURKHARDT, C. FAHL u. R. W. LARENZ, Z. Physik **161**, 380 [1961].

<sup>11</sup> R. W. LARENZ, Symp. on Electromagnetic Theory and Antennas Copenhagen 1962, 349, Pergamon Press, London 1963.

<sup>12</sup> R. WAGNER, Z. Naturforsch. **22a**, 1372 u. 1586 [1967].



ist<sup>10,11</sup>, wird die Kopplung der Elektronenwellen mit den niederfrequenten Ionenschallwellen zu Frequenzen wenig oberhalb  $\omega_p$  führen.

## 2. Der Kopplungsmechanismus

### 2.1 Herleitung der Grundgleichung

Zugrundegelegt wird ein vollständig ionisiertes Protonen-Elektronenplasma, das sich näherungsweise im thermischen Gleichgewicht befindet. Eine Wellendämpfung durch Stöße sei zu vernachlässigen. Äußere Felder — insbesondere ein äußeres Magnetfeld — seien nicht vorhanden\*. Zur Behandlung des Mechanismus werden folgende Beziehungen benutzt:

die Eulerschen Bewegungsgleichungen für die Ionen und Elektronen:

$$n_i m_i \frac{dv_i}{dt} - n_i e \left( \mathfrak{E} + \frac{1}{c} v_i \times \mathfrak{H} \right) + \nabla p_i = 0, \quad (1)$$

$$n_e m_e \frac{dv_e}{dt} + n_e e \left( \mathfrak{E} + \frac{1}{c} v_e \times \mathfrak{H} \right) + \nabla p_e = 0, \quad (2)$$

die Maxwell-Gleichungen:

$$c \nabla \times \mathfrak{H} = \partial \mathfrak{E} / \partial t + 4\pi e (n_i v_i - n_e v_e), \quad (3)$$

$$c \nabla \times \mathfrak{E} = - \partial \mathfrak{H} / \partial t, \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathfrak{H} = 0, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathfrak{E} = 4\pi e (n_i - n_e), \quad (6)$$

die Kontinuitätsgleichungen und die adiabatischen Zustandsgleichungen \*\*, 13:

$$\partial n_j / \partial t + \nabla \cdot n_j v_j = 0, \quad (7)$$

$$p_j = n_0 k T_j \left( \frac{n_j}{n_0} \right)^\alpha; \quad \alpha = 5/3 \quad (j = i, e). \quad (8)$$

Neben den üblichen Bezeichnungen für das elektrische Feld  $\mathfrak{E}$ , das magnetische Feld  $\mathfrak{H}$ , die Lichtgeschwindigkeit  $c$ , die Boltzmann-Konstante  $k$ , bedeuten  $n_0$  die Gleichgewichtsdichte,  $m_j$  die Masse,  $n_j$  die Dichte,  $p_j$  der Druck,  $T_j$  die Temperatur,  $v_j$  die Geschwindigkeit der jeweiligen Plasmakomponente ( $j = i, e$ ).

Aus den Gln. (3) bis (6) läßt sich eine Wellengleichung herleiten, die das transversale Strahlungsfeld im Plasma beschreibt. Man eliminiert die elektrische Feldstärke  $\mathfrak{E}$ , die sowohl Rotations- als

\* Der Einfluß eines Magnetfeldes wird von A. BIRKHOLZ diskutiert. Veröffentlichung in Vorbereitung.

auch Quellanteile besitzt:

$$\ddot{\mathfrak{H}} - c^2 \Delta \mathfrak{H} - 4\pi e c \nabla \times (n_i v_i - n_e v_e) = 0. \quad (9)$$

Die Ionendichte  $n_i$  und die Elektronendichte  $n_e$  lassen sich mit Hilfe der relativen Dichteschwankungen  $\mu_j$  ( $j = i, e$ ) der Gleichgewichtsdichte  $n_0$  in folgender Form schreiben:

$$n_j = n_0 (1 + \mu_j(t, r)). \quad (10)$$

Der Rotationsanteil der Ionen- und Elektronengeschwindigkeit ist durch die magnetische Feldstärke  $\mathfrak{H}$  auszudrücken. Wenn, wie vorausgesetzt, keine äußeren Ursachen für eine Kopplung vorhanden sind ( $\mathfrak{H}_0 = 0$ ), folgt aus dem Plasmawirbelsatz<sup>10</sup>

$$\frac{d}{dt} \int_F \left( \nabla \times v_i + \frac{e}{m_i c} \mathfrak{H} \right) d\mathfrak{f} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} \int_F \left( \nabla \times v_e - \frac{e}{m_e c} \mathfrak{H} \right) d\mathfrak{f} = 0 \quad (12)$$

unmittelbar:

$$\nabla \times v_i = - (e/m_i c) \mathfrak{H}, \quad (13)$$

$$\nabla \times v_e = (e/m_e c) \mathfrak{H}. \quad (14)$$

Führt man in üblicher Weise die Ionen- und Elektronenplasmafrequenz

$$\omega_{pj} = \left( \frac{4\pi e^2 n_0}{m_j} \right)^{1/2} \quad (j = i, e) \quad (15)$$

und die Plasmafrequenz

$$\omega_p = (\omega_{pi}^2 + \omega_{pe}^2)^{1/2} = \left( \frac{4\pi e^2 n_0}{m_i + m_e} \right)^{1/2} \simeq \omega_{pe} \quad (16)$$

ein, so geht die Wellengleichung (9) über in:

$$\ddot{\mathfrak{H}} - c^2 \Delta \mathfrak{H} + \omega_p^2 \mathfrak{H} = \mathfrak{Q} = 4\pi e n_0 c \nabla \times (\mu_i v_i - \mu_e v_e). \quad (17)$$

Für  $\mathfrak{Q} = 0$  beschreibt diese Gleichung bekanntlich die freie Ausbreitung transversaler Wellen im Plasma ohne äußeres Magnetfeld. Der Term  $\mathfrak{Q}$  stellt die eigentliche Quelle des Strahlungsfeldes dar.

Es ist zweckmäßig, für die weiteren Rechnungen die Geschwindigkeitsvektoren in ihre transversalen und longitudinalen Anteile zu zerlegen:

$$v = v_q + v_r \text{ mit } \nabla \times v_q = 0 \text{ und } \nabla \cdot v_r = 0. \quad (18)$$

\*\* Der Einfluß von Drucktensorkomponenten ist von R. BESSENRODT untersucht worden.

13 R. BESSENRODT, Z. Naturforsch. **24a**, 311 [1969].

An Hand von (17) ist bei Beachten von (13) und (14) ersichtlich, daß die Transversalanteile von  $v_j$  nur durch nichtlineare Wechselwirkung entstehen können. Wird nur ein kleiner Teil der Plasmawellenenergie in das Strahlungsfeld transferiert, so ist die Rückwirkung des Strahlungsfeldes auf die longitudinalen Vorgänge zu vernachlässigen. Im Ausdruck für  $\mathfrak{Q}$  können unter dieser Voraussetzung alle Beiträge höherer Ordnung, wie die Produkte  $\mu_j v_{jr}$  ( $j = i, e$ ), unberücksichtigt bleiben. Dann schreibt sich (17):

$$\begin{aligned} \ddot{\mathfrak{H}} - c^2 \Delta \mathfrak{H} + \omega_p^2 \mathfrak{H} &= \mathfrak{Q} \\ &= 4\pi e n_0 c \nabla \times (\mu_i v_{qi} - \mu_e v_{qe}) \quad (19) \\ &= 4\pi e n_0 c (\nabla \mu_i \times v_{qi} - \nabla \mu_e \times v_{qe}). \end{aligned}$$

## 2.2 Die longitudinalen Plasmawellen

Der Quellterm  $\mathfrak{Q}$  in Gl. (19) ist nur noch durch die Bewegungsgrößen der longitudinalen Plasmawellen bestimmt, die zum besseren Verständnis kurz diskutiert werden sollen. Wegen der Vernachlässigung der höheren als quadratischen Beiträge zum Strahlungsfeld können zur Behandlung der Plasmaschwingung die linearisierten Gleichungen zugrunde gelegt werden. Aus (1), (2), (7) und (8) läßt sich das Gleichungssystem herleiten, das das Verhalten der longitudinalen Wellen beschreibt<sup>14</sup>.

$$\ddot{\mu}_e - \omega_{pe}^2 (\mu_i - \mu_e) - a_e^2 \Delta \mu_e = 0, \quad (20)$$

$$\ddot{\mu}_i + \omega_{pi}^2 (\mu_i - \mu_e) - a_i^2 \Delta \mu_i = 0. \quad (21)$$

Dabei bedeuten  $a_e$ ,  $a_i$  und  $a$  die Elektronenschall-, die Ionenschall- und die Plasmaschallgeschwindigkeiten, die definiert sind durch:

$$a_j^2 = k \sqrt{T_j/m_j} \quad (j = i, e), \quad (22)$$

$$a^2 = \frac{m_i a_i^2 + m_e a_e^2}{m_i + m_e} \simeq a_i^2 \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right). \quad (23)$$

Es gilt stets  $a_i, a \ll a_e < c$ . Das Gleichungssystem (20), (21) führt auf die Dispersionsbeziehung  $\omega = \omega(k)$ :

$$\begin{aligned} \left( \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \cdot \frac{a_e^2}{c^2} - 1 \right) \left( \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \cdot \frac{a_i^2}{c^2} - 1 \right) \\ + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \cdot \frac{a^2}{c^2} - 1 \right) = 0. \quad (24) \end{aligned}$$

Diese Beziehung ist in Abb. 1 schematisch aufgezeichnet. Wie in der Ionosphärentheorie üblich, ist

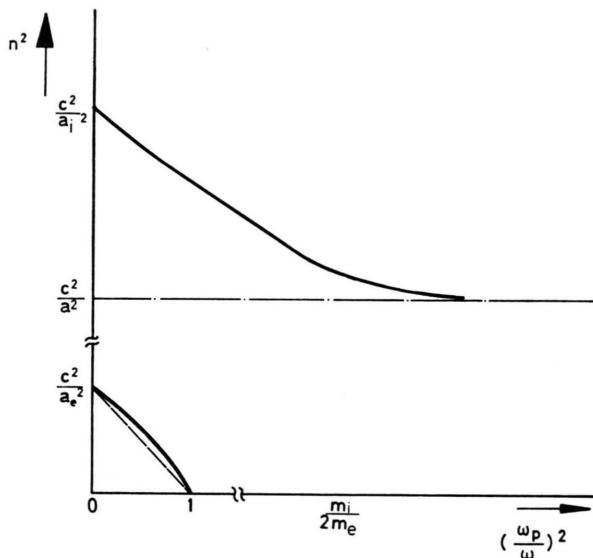


Abb. 1. Longitudinale Dispersionsbeziehung für Ionen- und Elektronenwellen (qualitativ).

das Quadrat des Brechungsindex  $n = ck/\omega$  über dem mit der Plasmafrequenz normierten reziproken Frequenzquadrat  $(\omega_p/\omega)^2$  aufgetragen. Bei der Diskussion dieser Darstellung ist zu beachten, daß die Variablen Werte über einen sehr weiten Größenordnungsbereich annehmen. Der untere Zweig der Dispersionsformel gehört zu den Elektronenwellen (Index  $-$ ). Bekanntlich läßt sich dieser Kurvenzug gut annähern durch die in Abb. 1 gestrichelt eingezeichnete Gerade:

$$\omega_-^2 \simeq k^2 a_e^2 + \omega_p^2. \quad (25)$$

Der obere Kurvenzug in Abb. 1 kennzeichnet das Dispersionsverhalten der Ionenwelle (Index  $+$ ). Für Frequenzen nahe der Ionenplasmafrequenz, die charakteristisch sind für diesen Wellentyp, kann die Dispersion außer acht gelassen werden, und es ergibt sich als Näherung (strichpunktet in Abb. 1):

$$\omega_+^2 \simeq k^2 a^2. \quad (26)$$

Die Einschränkung auf dispersionsfreie Ionenwellen, die bei den weiteren Rechnungen gemacht wird, ist durch experimentelle Untersuchungen gerechtfertigt<sup>15</sup>.

Die Beziehungen (25) und (26) gestatten eine Abschätzung der Dichte- und Geschwindigkeitsamplituden. So ergibt sich für die Amplitudenver-

<sup>14</sup> L. J. DELCROIX u. J. F. DENISSE, Plasma Waves, Interscience Publishers, New York 1965.

<sup>15</sup> N. SATO, H. IKERI, Y. YAMASHITA, N. TAKAHASHI u. T. OBIKI, Phys. Letters **26 A/7**, 333 [1968].

hältnisse  $\mu_i^0/\mu_e^0$  bzw.  $v_{qi}^0/v_{qe}^0$  im Fall der Elektronenplasmawelle:

$$-(\mu_i^0/\mu_e^0)_- = -(v_{qi}^0/v_{qe}^0)_- \simeq \omega_{pi}^2/\omega_{pe}^2 = m_e/m_i \ll 1 \quad (27)$$

und für die Ionenplasmawelle:

$$(\mu_i^0/\mu_e^0)_+ = (v_{qi}^0/v_{qe}^0)_+ \simeq 1 + k^2 a_e^2/\omega_p^2 \gtrsim 1. \quad (28)$$

In der Elektronenwelle schwingen Ionen und Elektronen entgegengesetzt. Jedoch können die schweren Ionen den schnellen Bewegungen der Elektronen nicht folgen, so daß sie gegenüber den Elektronen praktisch in Ruhe sind. Deswegen wird im folgenden bei diesem Ausbreitungsmodus die Ionenbewegung unberücksichtigt bleiben. Im Gegensatz dazu begleiten in der Ionenwelle die Elektronen die Ionen in ihren Bewegungen mit fast gleich großer Amplitude, so daß die Elektronenbewegungen hier keineswegs vernachlässigt werden dürfen. Dieser Wellentyp hat schallwellartigen Charakter und ist, wie die Näherung (28) zum Ausdruck bringt, nur von schwachen elektrischen Energieanteilen begleitet.

### 2.3 Diskussion des Quellterms

Der Quellterm  $\mathfrak{Q}$  in der Gl. (19) zeigt an, daß es sich bei diesem Ausdruck um den nichtlinearen Rotationsanteil der Plasmastromdichte handelt, der sich aus dem Produkt der Dichteschwankungen mit den Ionen- und Elektronengeschwindigkeiten aufbaut. Später wird sich zeigen, daß es jedoch wesentlich nur auf den Elektronenbeitrag kommt. Der Gradient  $\nabla \mu_j$  beschreibt die räumlichen Ionen- bzw. Elektronendichteinhomogenitäten, die durch die longitudinalen Wellen im Plasma erzeugt werden. Ein rotatorischer Stromdichteanteil resultiert nun dadurch, daß sich die einzelnen Partialwellen eines Wellenpaketes — z. B. angeregt von einer Stoßwelle — durch Dichteinhomogenitäten von Partialwellen anderer Richtung hindurch ausbreiten. Die Produktform zweier Wellengrößen, in der der Quellterm  $\mathfrak{Q}$  in (19) auftritt, bedeutet, daß die entstehenden Transversalwellen mit der Summe oder der Differenz der Frequenzen der wechselwirkenden Partialwellen abgestrahlt werden. Entsprechend der im Plasma möglichen Ausbreitungsmodi longitudinaler Wellen (siehe 2.2) wird das Strahlungsfeld mit Frequenzen  $w$  schwingen, die bei der doppelten Plasmafrequenz ( $w \simeq 2\omega_p$ ) bei der Kopplung zweier Elektronenwellen und bei der einfachen Plasmafrequenz

( $w \gtrsim \omega_p$ ) bei Wechselwirkung von Elektronenwellen mit Ionenwellen liegen. Die Abstrahlung sehr niedrfrequenter Wellen, die durch die Differenz zweier Elektronenwellenfrequenzen oder durch die Summe zweier Ionenwellenfrequenzen entstehen könnten, ist nicht möglich, da ihre Ausbreitung von der Ecclesschen Dispersionsformel für transversale Wellen im Plasma verboten wird.

Entsprechend der diskutierten Vorstellung von einem im Plasma existierenden Wellenpaket wird für die longitudinalen Wellengrößen  $\mu_j$  und  $v_{qj}$  ein Fourier-Integral angesetzt:

$$\mu_j = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_j^0(\mathfrak{k}, \omega) \exp\{i(\mathfrak{k} \mathfrak{r} - \omega t)\} d^3 \mathfrak{k} \quad (29)$$

mit

$$\overline{\mu_j^0(\mathfrak{k})} = \mu_j^0(-\mathfrak{k}) \quad (j = i, e)$$

und ein analoger Ausdruck für  $v_{qj}$ .

Damit folgt für den Quellterm  $\mathfrak{Q}$ :

$$\begin{aligned} \mathfrak{Q} = 4\pi e n_0 c \sum_{\alpha, \beta} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} & [i \mathfrak{k}_1 \mu_i^0(\mathfrak{k}_1, \omega_\alpha) \times \\ & \times v_{qi}^0(\mathfrak{k}_2, \omega_\beta) - i \mathfrak{k}_1 \mu_e^0(\mathfrak{k}_1, \omega_\alpha) \times v_{qe}^0(\mathfrak{k}_2, \omega_\beta)] \\ & \cdot \exp\{i[(\mathfrak{k}_1 + \mathfrak{k}_2) \mathfrak{r} - (\omega_\alpha(k_1) \pm \omega_\beta(k_2)) t]\} \\ & \cdot d^3 \mathfrak{k}_1 d^3 \mathfrak{k}_2. \end{aligned} \quad (30)$$

Für  $\alpha, \beta$  sind alle Kombinationen der Indizes + (Ionenwelle) und - (Elektronenwelle) zu wählen (ausgenommen  $\alpha = +; \beta = +$ ). Wegen der stark unterschiedlichen Amplituden, mit denen Ionen und Elektronen in der Elektronenwelle schwingen, wird nur der zweite Summand unter dem Integralzeichen einen wesentlichen Beitrag liefern. Aus (27) und (28) folgt:

$$|\mathfrak{k}_1 \mu_{i\alpha}^0 \times v_{qi\beta}^0| \ll |\mathfrak{k}_1 \mu_{e\alpha}^0 \times v_{qe\beta}^0|. \quad (31)$$

Diese Abschätzung macht deutlich, daß es bei der Anregung der elektromagnetischen Wellen nur auf das Elektronenverhalten der Plasmawellen kommt — auch bei der Wechselwirkung der schnellen und der langsamen Plasmavorgänge. Führt man ein skalares Potential  $\Phi$  ein, das definiert ist durch  $\mathfrak{E}_q = -\nabla \Phi$  (32) und  $\nabla \mathfrak{E}_q = 4\pi e n_0 (\mu_i - \mu_e)$  (33), so lassen sich  $\mu_e^0$  und  $v_{qe}^0$  unter Beachten der Näherungsbeziehungen (27) und (28) durch  $\Phi^0$  ausdrücken, wobei der Index 0 wieder die Fourier-Transformierte bezeichnet.

$$\mu_{e+}^0(\mathfrak{k}) \simeq \omega_{pe}^2 \Phi_{+}^0(\mathfrak{k}) / 4\pi e n_0 a_e^2, \quad (34)$$

$$v_{qe+}^0(\mathfrak{k}) \simeq \omega_{pe}^2 \omega_{+} \mathfrak{k} \Phi_{+}^0(\mathfrak{k}) / 4\pi e n_0 a_e^2 k^2, \quad (35)$$

$$\mu_{e-}^0(\mathfrak{k}) \simeq - (k^2 \Phi_{-}^0(\mathfrak{k}) / 4\pi e n_0), \quad (36)$$

$$v_{qe-}^0(\mathbf{k}) \simeq -(\omega_- \mathbf{k} \Phi_-^0(\mathbf{k})/4\pi e n_0). \quad (37)$$

Einsetzen von (34)–(37) in den Ausdruck (30) für  $\mathfrak{Q}$  zeigt, daß zwei Terme auftreten, die zur Emission im gleichen Frequenzbereich  $w \simeq \omega_p$  führen, deren Beiträge zur Strahlung jedoch sehr unterschiedlich sind. Wie später noch als Folge der im Plasma gültigen Ecclesschen Dispersionsbeziehung her-

geleitet wird, sind die Wellenzahlvektoren  $\mathbf{k}_1$  und  $\mathbf{k}_2$  der longitudinalen Partialwellen, die sich zum Wellenzahlvektor  $\mathbf{l} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$  einer Transversalwelle addieren, betragsmäßig von gleicher Größenordnung. Unter Berücksichtigung dieses Umstandes gilt für die in der Gl. (30) auftretenden Amplituden die Abschätzung:

$$\frac{|(k_1^2 \omega_{pe}^2/k_2^2 a_e^2) \omega_+(k_2) \Phi_+^0(\mathbf{k}_1) \Phi_+^0(\mathbf{k}_2) [\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2]|}{|(\omega_{pe}^2/a_e^2) \omega_-(k_2) \Phi_+^0(\mathbf{k}_1) \Phi_+^0(\mathbf{k}_2) [\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2]|} \simeq \frac{\omega_+(k_2)}{\omega_-(k_2)} \simeq \frac{\omega_{pi}}{\omega_{pe}} = \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \ll 1. \quad (38)$$

Die Quellstromdichte  $\mathfrak{Q}$  in (30) setzt sich somit aus zwei Hauptbeträgen  $\mathfrak{Q}_1$  und  $\mathfrak{Q}_2$  additiv zusammen.

$$\mathfrak{Q}_1 = \frac{c \omega_{pe}^2}{4 \pi e n_0 a_e^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int i \Phi_+^0(\mathbf{k}_1) \omega_-(k_2) \Phi_-^0(\mathbf{k}_2) [\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2] \cdot \exp \{i[(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \mathbf{r} - (\omega_-(k_2) \pm \omega_+(k_1)) t]\} d^3 \mathbf{k}_1 d^3 \mathbf{k}_2, \quad (39)$$

$$\mathfrak{Q}_2 = \frac{c}{4 \pi e n_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int i k_1^2 \Phi_-^0(\mathbf{k}_1) \omega_-(k_2) \Phi_-^0(\mathbf{k}_2) [\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2] \cdot \exp \{i[(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \mathbf{r} - (\omega_-(k_1) + \omega_-(k_2)) t]\} d^3 \mathbf{k}_1 d^3 \mathbf{k}_2. \quad (40)$$

Während  $\mathfrak{Q}_1$  für die Strahlung im Frequenzband nahe der einfachen Plasmafrequenz verantwortlich ist, bestimmt  $\mathfrak{Q}_2$  die Emission bei der doppelten Plasmafrequenz. Ein  $\mathfrak{Q}_2$  entsprechender Ausdruck ist bereits von BURKHARDT, FAHL und LARENZ<sup>10</sup> ausgehend von einem Elektronenplasma, unter Vernachlässigung der Ionenbewegung abgeleitet und von LARENZ<sup>11</sup> im Hinblick auf die resultierende Radiostrahlung bei  $2\omega_p$  diskutiert worden. Deswegen wird hier weitgehend auf eine Erörterung dieses Beitrags verzichtet und nur der Anteil  $\mathfrak{Q}_1$  in bezug auf die Burstemission weiterverfolgt.

### 3. Die Emission bei $\omega_p$

#### 3.1 Abstrahlungsbedingungen

Wir betrachten das transversale Strahlungsfeld, dessen Quellterm durch  $\mathfrak{Q}_1$  gekennzeichnet ist. Aus der Wellengleichung (19) mit (39) erhält man:

$$\mathfrak{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{ic}{4 \pi e n_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \frac{\Phi_+^0(\mathbf{k}_1) \Phi_-^0(\mathbf{k}_2) (\omega_{pe}^2/a_e^2) \omega_-(k_2) [\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2]}{c^2 l^2 - w^2 + \omega_p^2} \exp \{i[(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \mathbf{r} - (\omega_- \pm \omega_+) t]\} d^3 \mathbf{k}_1 d^3 \mathbf{k}_2. \quad (41)$$

Die transversalen Wellengrößen, der Wellenzahlvektor  $\mathbf{l}$  und die Frequenz  $w$ , sind dabei definiert durch  $\mathbf{l} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$  und  $w = \omega_- \pm \omega_+$ . Das doppelte Vorzeichen bedeutet, daß sowohl die Summen- wie auch die Differenzfrequenz der longitudinalen Frequenzen möglich ist. Zum Integral (41) tragen nur die Wellen nennenswert bei, für die der Nenner in (41) verschwindet, die also die Ecclessche Dispersionsbezeichnung erfüllen.

$$c^2 l^2 - w^2 + \omega_p^2 = c^2 (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)^2 - (\omega_-(k_2) \pm \omega_+(k_1))^2 + \omega_p^2 = 0. \quad (42)$$

Aus der Gültigkeit dieser Beziehung und der Forderung, daß die longitudinalen Wellengrößen den entsprechenden Dispersionsformeln (25) und (26) genügen müssen, lassen sich Bedingungen für die Frequenzen  $\omega_+(k_1)$  und  $\omega_-(k_2)$  der Primärwellen herleiten, deren Wechselwirkung zur Abstrahlung führt. Durch Einsetzen von (25) und (26) ergibt sich aus (42):

$$\frac{\omega_+}{\omega_p} = \frac{a^2}{c^2 - a^2} \left\{ \pm \frac{\omega_-}{\omega_p} - \frac{c^2}{a_e a} \cos \vartheta \sqrt{\frac{\omega_-^2}{\omega_p^2} - 1} \right. \\ \left. + (-) \sqrt{- \left( \frac{c^2}{a_e^2} - 1 \right) \left( \frac{c^2}{a^2} - 1 \right) \left( \frac{\omega_-^2}{\omega_p^2} - 1 \right) + \left( \frac{\omega_-}{\omega_p} \pm \frac{c^2}{a_e a} \cos \vartheta \sqrt{\frac{\omega_-^2}{\omega_p^2} - 1} \right)^2} \right\}. \quad (43)$$

Der Ausdruck (43) stellt eine Kurvenschar dar, die die Kombinationsmöglichkeiten der Partialwellenfrequenzen  $\omega_-$  und  $\omega_+$  zu der Abstrahlungsfrequenz  $w$  als Funktion des Winkels  $\vartheta$  zwischen  $\mathbf{k}_1$  und  $\mathbf{k}_2$  wiedergibt. Eine starke Abhängigkeit von  $\vartheta$  ergibt sich jedoch nur für die unmittelbare Umgebung der Plasmafrequenz  $\omega_p$ . In Abb. 2a ist dieser Zusammenhang qualitativ für

$$\omega_p \leq \omega_- \leq \omega_p (1 + 2a_e^2/a_e^2)$$

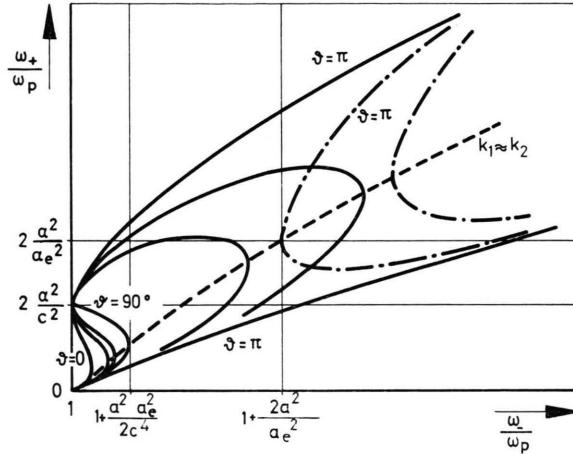


Abb. 2a. Qualitative Darstellung der Kombinationsmöglichkeiten der Frequenzen der longitudinalen Wellen mit dem Winkel  $\vartheta$  zwischen den Wellenvektoren als Parameter für  $\omega_- \leq \omega_p \cdot (1 + 2a_e^2/a_e^2)$ . (Ausgezogene Frequenzaddition, strichpunktiert Frequenzsubtraktion).

dargestellt. Die ausgezogenen Kurven sind der Summe, die strichpunktuierten Kurven sind der Differenz der longitudinalen Frequenzen zugeordnet. Die Kurven, die den Kombinationsbereich begrenzen, lassen sich aus (43) entnehmen, wenn dort der Winkel  $\vartheta = \pi$  gesetzt wird. Unter Ausklammerung eines kleinen Intervalls bei  $\omega_p$  ergibt sich so:

$$\begin{aligned} \omega_+/\omega_p[\vartheta=\pi; \omega_- \geq \omega_p(1+2a_e^2/a_e^2)] \\ \simeq \frac{a}{a_e} \sqrt{\frac{\omega_-^2}{\omega_p^2} - 1} \left( 1 + \frac{a_e}{c} \right). \end{aligned} \quad (44)$$

In Abb. 2b ist das Gebiet, in dem die Wechselwirkung der Partialwellen zur Abstrahlung beiträgt, aufgezeichnet. (Es ist zu beachten, daß der Ordinatenmaßstab gegenüber Abb. 2a um den Faktor  $a_e/a_i$  gedehnt ist.) Nur innerhalb des schmalen Streifens zwischen den Begrenzungskurven für  $\vartheta = \pi$  können  $\omega_-$  und  $\omega_+$  zur Frequenz  $w = \omega_- \pm \omega_+$  kombinieren. Führt man wieder über die Dispersionsformeln (25) und (26) die Wellen-

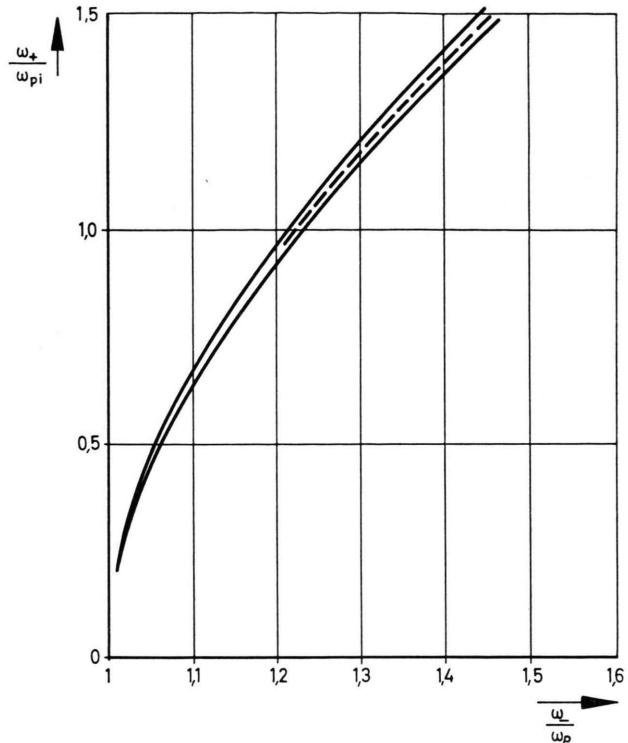


Abb. 2b. Kombinationsbereich der Frequenzen longitudinaler Ionen- ( $\omega_+$ ) und Elektronenwellen ( $\omega_-$ ). Begrenzungskurven  $\vartheta = \pi$  ( $T_i = T_e = 10^6 K^0$ ).

zahlvektoren  $\mathbf{k}$  ein, so folgt:

$$k_1 \simeq k_2 (1 + a_e/c) \simeq k_2. \quad (45)$$

Die Umsetzung von longitudinaler Wellenenergie in Strahlung ist also nur möglich, wenn die Wellenlängen der miteinander wechselwirkenden longitudinalen Ionen- und Elektronenwellen gleich groß sind, bei gleichzeitig sehr verschiedenen Frequenzen dieser Wellen.

Einen näheren Aufschluß über die möglichen Winkel  $\vartheta$  zwischen  $\mathbf{k}_1$  und  $\mathbf{k}_2$  erhält man, wenn der Zusammenhang zwischen der Frequenz  $\omega_-$ , die den Umkehrpunkten der Kurven in Abb. 2a zugeordnet ist, und dem dazugehörigen Winkel  $\vartheta$  betrachtet wird. Durch Nullsetzen des entsprechenden Wurzelausdrucks in (43) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \cos \vartheta = \pm \frac{a a_e}{c^2} \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_-^2 - \omega_+^2}} \\ - \sqrt{\left( 1 - \frac{a_e^2}{c^2} \right) \left( 1 - \frac{a_e^2}{c^2} \right)}. \end{aligned} \quad (46)$$

Diese Beziehung ist in Abb. 3 aufgetragen. (Zur besseren Darstellung des Winkelbereiches

$$\vartheta < \pi - a_e^2/c^2$$

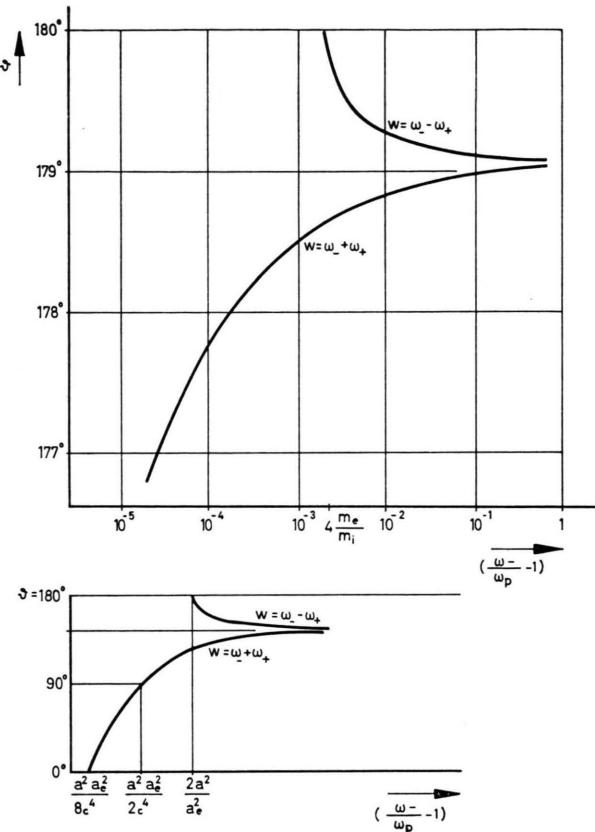


Abb. 3. Winkel  $\vartheta$  zwischen den Wellenzahlvektoren  $\mathbf{k}_1$  und  $\mathbf{k}_2$ . Oben: Bereich für  $\vartheta \leq \pi$  ( $T_i = T_e = 10^6 K$ ). Unten: Gesamtbereich (qualitativ).

ist eine qualitative Skizze eingefügt.) Für den Grenzwinkel bei hohen Elektronenfrequenzen findet man:

$$\cos \vartheta_{(\omega_- \rightarrow \infty)} = - \left( 1 - \frac{a_e^2}{2c^2} \right) \quad (47)$$

bzw.

$$\vartheta_{(\omega_- \rightarrow \infty)} \simeq \pi - a_e/c \simeq \pi. \quad (48)$$

Nach Einführen von Polarkoordinaten  $l, \vartheta_s, \varphi$  folgt aus (41):

$$\mathfrak{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{ic\omega_{pe}^2}{4\pi e n_0 a_e^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 \mathbf{k} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi_+(\mathbf{k}) \Phi_-(\mathbf{l} - \mathbf{k}) \omega_- l^2 [\mathbf{k} \times (\mathbf{l} - \mathbf{k})]}{c^2 l^2 - w^2 + \omega_p^2} \cdot \exp\{i(lr \cos \vartheta_s - wt)\} \sin \vartheta_s d\vartheta_s d\varphi dl. \quad (51)$$

Die Winkelintegrationen lassen sich durchführen, wenn nur der für den entfernten Beobachter wichtige, aus dem Quellgebiet auslaufende Fernfeldwellenanteil  $\propto r^{-1}$  berücksichtigt wird. Zur  $l$ -Integration liefert die Umgebung der Nullstelle  $l_0$  des Nenners in (51) den Hauptbeitrag. Der Nenner wird entsprechend entwickelt

$$c^2 l^2 - w^2 + \omega_p^2 = c^2(l + l_0)(l - l_0) \simeq 2c^2 l_0(l - l_0) \quad (52)$$

Für die Differenzfrequenz  $w = \omega_- - \omega_+$  liegt  $\vartheta$  stets in dem kleinen Winkelintervall

$$\pi \leq \vartheta \leq \pi - a_e/c.$$

Abgesehen von der unmittelbaren Umgebung der Plasmafrequenz sind auch für die Summenfrequenz  $w = \omega_- + \omega_+$  nur  $\vartheta$ -Werte möglich, die nahe bei  $\vartheta = \pi - a_e/c$  liegen. Mit (46) lässt sich der Raumwinkelbereich  $\Delta\Omega$  abschätzen, in dem  $\mathbf{k}_1$  und  $\mathbf{k}_2$  liegen, wenn die dazugehörigen Partialwellen einen Emissionsbeitrag ergeben. Es ist

$$\begin{aligned} \Delta\Omega &= 2\pi(1 + \cos \vartheta) \\ &\simeq (\pi a_e/c^2 k) [a_e k \pm 2(a/a_e) \omega_-]. \end{aligned} \quad (49)$$

Zusammenfassend kann im Hinblick auf die durch den Quellterm  $\Omega_1$  gekennzeichnete Abstrahlung festgestellt werden:

Aus der Gültigkeit der Ecclesschen Dispersionsbeziehung für die transversalen Wellen und der Existenz der longitudinalen Dispersionsbeziehung folgt, daß aus einem longitudinalen Wellenpaket nur die nahezu gegenläufigen Ionen- und Elektronenwellen mit Wellenzahlvektoren von ungefähr gleich großem Betrag zu abstrahlungsfähigen, elektromagnetischen Wellen führen. Der Vektor  $\mathbf{l} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$  weist infolgedessen in eine Richtung etwa senkrecht zu  $\mathbf{k}_1$  und  $\mathbf{k}_2$ , und es gilt  $|\mathbf{l}| \ll |\mathbf{k}_{1,2}|$ . Die emittierte Frequenz  $w = \omega_- \pm \omega_+$  wird im Gebiet der einfachen Plasmafrequenz liegen.

### 3.2 Der Fernfeldanteil

Aus dem Ausdruck (41) für die magnetische Feldstärke soll der Fernfeldanteil — der Anteil, den ein entfernter Beobachter außerhalb des Quellgebietes registriert — bestimmt werden. Für die  $\mathbf{k}_2$ -Integration ist  $\mathbf{k}_1$  ein festgehaltener Parameter. Das Differential  $d^3 \mathbf{k}_2$  läßt sich also durch  $d^3 \mathbf{l}$  ersetzen:

$$d^3 \mathbf{k}_2 = d^3(\mathbf{l} - \mathbf{k}_1) = d^3 \mathbf{l}. \quad (50)$$

und in (51) in allen nur schwach von  $l$  abhängenden Größen  $l$  durch  $l_0$  ersetzt. Beachtet man weiter, daß der Vektor  $\mathbf{l}_0$  zum Ort des Beobachters zeigt, so ergibt sich mit

$$\mathfrak{F}(\mathbf{l}_0, \mathbf{k}) = \Phi_+^0(\mathbf{k}) \Phi_-^0(\mathbf{l}_0 - \mathbf{k}) \omega_- l_0 [\mathbf{k} \times (\mathbf{r}/r)] \quad (53)$$

aus (51):

$$\mathfrak{H}(\mathbf{r}, t)_{r \rightarrow \infty} = \frac{1}{r} \frac{2\pi e c}{a_e^2 m_e} \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 \mathbf{k} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathfrak{F}(\mathbf{l}_0, \mathbf{k}) \exp\{i(l_0 r - wt)\} \exp\{i(l - l_0)\} r}{2c^2(l - l_0)} \frac{dl}{d(l - l_0)} d(l - l_0). \quad (54)$$

Der in (54) bei der  $l - l_0$ -Integration auftretende Ausdruck  $[dl/d(l - l_0)]_{l=l_0}$  läßt sich näherungsweise berechnen. Mit Hilfe der longitudinalen Dispersionsbeziehungen (25) und (26) kann  $l_0$  geschrieben werden:

$$\begin{aligned} l_0 &= \frac{1}{c} \sqrt{w^2(\mathbf{l}, \mathbf{k}) - \omega_p^2} = \frac{1}{c} \sqrt{(\omega_- \pm \omega_+)^2 - \omega_p^2} \\ &= \frac{1}{c} \sqrt{[\sqrt{\omega_p^2 + a_e^2(l^2 + k^2 - 2kl \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{l}))} \pm ak]^2 - \omega_p^2}. \end{aligned} \quad (55)$$

Damit gilt die Abschätzung:

$$\left[ \frac{dl(l - l_0)}{dl} \right]_{l=l_0} = 1 - \left( \frac{dl_0}{dl} \right)_{l=l_0} = 1 - \frac{a_e^2 \sqrt{\omega_p^2 + c^2 l_0^2}}{c^2 l_0 \omega_-} (l_0 - k \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{l})) \simeq 1 - O\left(\frac{a_e}{c}\right) \simeq 1. \quad (56)$$

Nach Ausführung der  $(l - l_0)$ -Integration wird so aus (54):

$$\mathfrak{H}(\mathbf{r}, t)_{r \rightarrow \infty} = \frac{\pi^2 e}{c a_e^2 m_e} \frac{1}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{F}(\mathbf{l}, \mathbf{k}) \exp\{i(lr - wt)\} d^3 \mathbf{k}. \quad (57)$$

(Hier ist, wie im folgenden, anstatt  $\mathbf{l}_0$  wieder  $\mathbf{l}$  geschrieben worden.)

Da der transversale Anteil der elektrischen Feldstärke  $\mathfrak{E}_r$  durch die Beziehung (4) bestimmt ist, kann der Fernfeldanteil der Strahlungsflußdichte  $\mathfrak{S} = (c/4\pi)[\mathfrak{E}_r \times \mathfrak{H}]$  angegeben werden. Durch Integration über die Zeit erhält man aus  $\mathfrak{S}$  die Strahlungsenergie pro Flächeneinheit am Beobachtungsort.

$$\int_{-T/2}^{+T/2} \mathfrak{S}(\mathbf{r}, t)_{r \rightarrow \infty} dt = \frac{r}{r^3} \left( \frac{\pi^2 e}{c a_e^2 m_e} \right)^2 \int_{-T/2}^{+T/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{w}{4\pi l} \mathfrak{F}(\mathbf{k}) \overline{\mathfrak{F}(\mathbf{k}')} \exp\{i[(l - l')r - (w - w')t]\} d^3 \mathbf{k} d^3 \mathbf{k}' dt. \quad (58)$$

Führt man die Deltafunktion ein und wandelt die  $\mathbf{k}'$ -Integration in eine  $w$ -Integration um, so ergibt sich:

$$\int_{-T/2}^{+T/2} \mathfrak{S}(\mathbf{r}, t)_{r \rightarrow \infty} dt = \frac{r}{r^3} \frac{1}{2} \left( \frac{\pi^2 e}{c a_e^2 m_e} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 \mathbf{k} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{w}{l} \mathfrak{F}(\mathbf{k}) \overline{\mathfrak{F}(\mathbf{k}')} \exp\{i(l - l')r\} \cdot \delta(w - w') k'^2 d\Omega \frac{dk'}{dw} dw. \quad (59)$$

Schreibt man gemäß (25) und (26)  $w$  als Funktion von  $k'$  (mit  $k' \simeq k$ ), so berechnet sich der in (59) auftretende Ausdruck  $dk'/dw$  zu:

$$\frac{dw}{dk'} = \frac{a_e}{\omega_-} \left( a_e k' \pm \frac{a}{a_e} \sqrt{\omega_p^2 + a_e^2 k'^2} \right). \quad (60)$$

Wegen der Deltafunktion im Integranden liefert die Integration über  $w$  nur einen Beitrag für  $w = w'$  bzw.  $l = l'$ . Setzt man näherungsweise

$$l = \frac{1}{c} \sqrt{w^2 - \omega_p^2} \simeq \frac{1}{c} \left( a_e k \pm \frac{a}{a_e} \sqrt{\omega_p^2 + a_e^2 k^2} \right) \quad (61)$$

und beachtet den möglichen Raumwinkelbereich  $\Delta\Omega$  der Wellenzahlvektoren  $\mathbf{k}$  und  $\mathbf{k}'$ , der durch die Beziehung (49) bestimmt wird, so folgt nach Wiedereinsetzen von  $\mathfrak{F}(\mathbf{l}, \mathbf{k})$ :

$$\begin{aligned} \int_{-T/2}^{+T/2} \mathfrak{S}(\mathbf{r}, t)_{r \rightarrow \infty} dt &= \frac{\pi^5 e^2}{2 m_e^2 c^5 a_e^4} \frac{r}{r^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( a_e k \pm 2 \frac{a}{a_e} \sqrt{a_e^2 k^2 + \omega_p^2} \right) k \sqrt{a_e^2 k^2 + \omega_p^2}^3 \\ &\quad \cdot w(k) |\Phi_+^0(\mathbf{k})|^2 |\Phi_-^0(\mathbf{k})|^2 \left[ \mathbf{k} \times \frac{\mathbf{r}}{r} \right]^2 d^3 \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (62)$$

### 3.3 Die spektrale Verteilung der Strahlung

Zur Diskussion der spektralen Verteilung der Strahlung im Bereich der einfachen Plasmafrequenz müssen geeignete Spektralfunktionen  $\Phi_+^0(t)$  und  $\Phi_-^0(t)$  gewählt werden. Eine im Plasma durch eine einlaufende Stoßwelle erzeugte Störung sei z. B. zum Zeitpunkt  $t = 0$  durch die folgenden Ansätze charakterisiert<sup>11</sup>:

$$\Phi_-(r) = \widehat{\nabla \Phi_-} r \cos \vartheta e^{-r^2/4\beta_e^2} \quad (63)$$

$$\Phi_+(r) = \widehat{\nabla \Phi_+} |r - r_0| \cos \vartheta_+ e^{-(r-r_0)^2/4\beta_i^2}. \quad (64)$$

$\beta_i$  und  $\beta_e$  sind dabei charakteristische Längen der entsprechenden Raumladungsverteilung und  $\widehat{\nabla \Phi_-}$  und  $\widehat{\nabla \Phi_+}$  die Amplituden der auftretenden longitudinalen elektrischen Feldstärken. Der Vektor  $r_0$  bestimmt die Lage der Störungszentren zueinander, und die Winkel  $\vartheta_+$  und  $\vartheta_-$  werden zwischen den gegeneinander geneigten Symmetrieachsen der Störungen und dem Vektor  $r$  bzw.  $r - r_0$  gemessen. Sind  $\gamma_+$  und  $\gamma_-$  die Winkel, die von den Symmetrieachsen und dem Vektor  $\mathbf{f}$  gebildet werden, so ergibt sich für die Fourier-Transformierten:

$$\Phi_-^0(t=0) = -2i\pi^{-3/2} \cos \gamma_- \widehat{\nabla \Phi_-} k \beta_e^5 e^{-k^2 \beta_e^2}, \quad (65)$$

$$\Phi_+^0(t=0) = -2i\pi^{-3/2} \cos \gamma_+ \widehat{\nabla \Phi_+} k \beta_i^5 e^{-i\mathbf{f} \cdot \mathbf{r}_0 - k^2 \beta_i^2}. \quad (66)$$

Durch Einsetzen in (62) erhält man das Wellenzahlenspektrum:

$$S^0(f) = [8e^2 \beta_e^{10} \beta_i^{10} / \pi m_e^2 c^5 a_e^4] (\widehat{\nabla \Phi_+})^2 (\widehat{\nabla \Phi_-})^2 \cdot [a_e k \pm 2(a/a_e) \omega] \omega^3 w k^7 \cdot \cos^2 \gamma_+ \cos^2 \gamma_- \sin^2 \vartheta_s e^{-2(\beta_i^2 + \beta_e^2)k^2}. \quad (67)$$

Für den Übergang zur Form des mittleren Frequenzspektrums sind die Winkelfunktionen ohne Belang. D.h., die Lage der Störungszentren zueinander ist in dieser Hinsicht ohne Einfluß. Die  $\vartheta_s$ -Integration und die Mittelung über  $\gamma_+$ ,  $\gamma_-$  — unter Beachtung ihrer Verkopplung — ergibt den Zahlenfaktor  $8\pi/27$ . Berücksichtigt man den Faktor  $k^2 dk/dw$ , der bei der Umformung auftritt, so ergibt sich als mittleres Frequenzspektrum:

$$\langle S^0(w) \rangle \propto \left( \frac{w}{\omega_p} \right)^5 \sqrt{\left( \frac{w}{\omega_p} \right)^2 - 1} \cdot \left[ \left( \frac{w}{\omega_p} \right)^2 - 1 \mp 2 \frac{a w}{a_e \omega_p} \sqrt{\left( \frac{w}{\omega_p} \right)^2 - 1} \right]^4$$

$$\cdot \exp \left\{ -2(\beta_i^2 + \beta_e^2) \frac{\omega_p^2}{a_e^2} \right\} \cdot \left[ \left( \frac{w}{\omega_p} \right)^2 - 1 \mp 2 \frac{a w}{a_e \omega_p} \sqrt{\left( \frac{w}{\omega_p} \right)^2 - 1} \right]. \quad (68)$$

Vergleicht man die Halbwertsbreiten, die sich aus dieser Verteilung berechnen, mit den beobachteten Bandbreiten in der Größenordnung von  $\sim 5\%$ , so müssen für  $\beta_i$  und  $\beta_e$  Werte von etwa 5 Debyelängen gewählt werden. In Abb. 4 ist die spektrale

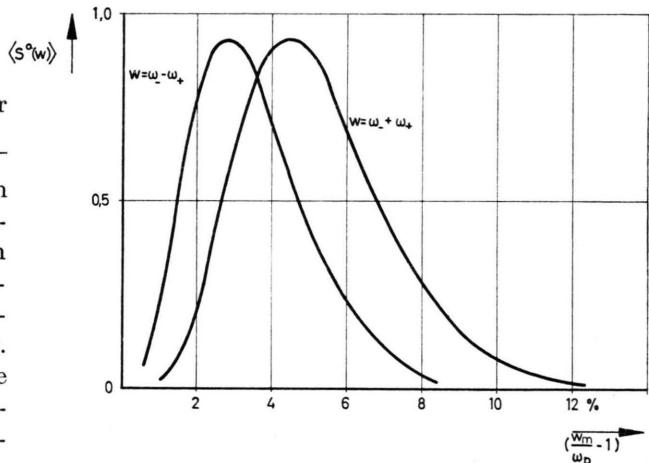


Abb. 4. Relative spektrale Verteilung der abgestrahlten Energie im Emissionsband bei der Plasmafrequenz für Frequenzaddition und Frequenzsubtraktion ( $\beta_i = \beta_e = 5D$ ;  $T_i = T_e$ ).

Verteilung nach (68) aufgetragen und zwar für  $\beta_i = \beta_e = 5D$ . Ersichtlich weist das Spektrum sowohl für Addition wie Subtraktion der Primärfrequenzen ein Maximum oberhalb der Plasmafrequenz auf, wobei man für die Frequenzlage näherungsweise erhält:

$$\frac{w_m - \omega_p}{\omega_p} \simeq \frac{9}{4} \left[ \sqrt{\frac{a_e^2}{2\omega_p^2(\beta_i^2 + \beta_e^2)}} \pm \sqrt{\frac{m_e T_i}{m_i T_e}} \right]^2. \quad (69)$$

Dieser Zusammenhang ist in Abb. 5 als Funktion der charakteristischen Längen  $\beta_i, \beta_e$  unter Annahme von Temperaturgleichheit der Ionen und Elektronen dargestellt. Nach (69) ist der Frequenzabstand zwischen den Maxima ein Maß für das Verhältnis von Ionen- zu Elektronentemperatur. Hier ergäbe sich eventuell ein Ansatzpunkt zur Deutung von Feinstrukturen in den Burst-Spektren und zwar dann, wenn die Ionentemperatur lokal — d.h., im Quellgebiet der Strahlung — merklich über der Elektronentemperatur liegen sollte, wie dies bei Stoßwellen im Plasma möglich ist.

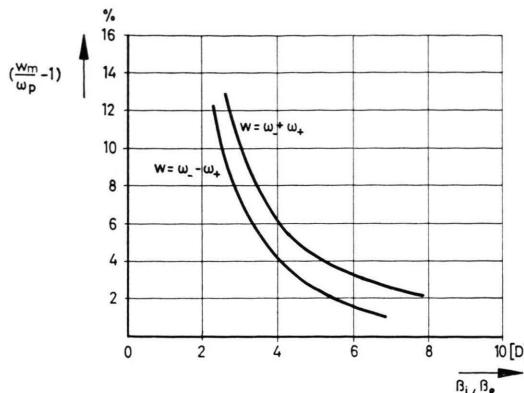


Abb. 5. Lage der Intensitätsmaxima für Frequenzaddition und Frequenzsubtraktion als Funktion der charakteristischen Dimensionen  $\beta_{i,e}$  von Plasmadichtestörungen.

#### 4. Intensitätsvergleich der Emission bei $\omega_p$ und $2\omega_p$

Die in Kap. 3 in bezug auf den Quellterm  $\mathfrak{Q}_1$  durchgeföhrten Rechnungen lassen sich — wie auch der Vergleich mit <sup>11</sup> zeigt — analog für den Term  $\mathfrak{Q}_2$  ausführen, der für die Emission im Frequenzband bei  $2\omega_p$  verantwortlich ist. Mit Ansätzen entsprechend (63) und (64) läßt sich auch hier die spektrale Strahlungsverteilung berechnen. Parallel zu den Ergebnissen in <sup>11</sup> werden die transversalen Wellen schmalbandig einige Prozent oberhalb  $2\omega_p$  emittiert. Vergleicht man die Quellterme  $\mathfrak{Q}_1$  und  $\mathfrak{Q}_2$  nach (39), (40) und die daraus abgeleiteten Fernfeldanteile des Strahlungsfeldes, so erkennt

man, daß die Beiträge zur Strahlung von gleicher Größenordnung sind, wenn die Amplituden der skalaren Potentiale in der Ionen- und Elektronenwelle die folgende Beziehung erfüllen:

$$|\Phi_+^0(t)| / |\Phi_-^0(t)| = a_e^2 k^2 / \omega_p^2. \quad (68)$$

Hieraus ergibt sich eine Forderung gemäß (27) und (28) bezüglich der Dichteamplituden der longitudinalen Wellen.

$$\frac{|\Phi_+^0(t)| \omega_p^2}{|\Phi_-^0(t)| a_e^2 k^2} = \frac{\omega_p^2 |\mu_{i+}^0 - \mu_{e+}^0|}{a_e^2 k^2 |\mu_{i-}^0 - \mu_{e-}^0|} \simeq \frac{|\mu_{i+}^0|}{|\mu_{e-}^0|} = 1. \quad (69)$$

Gleiche Strahlungsintensität in beiden Emissionsbändern, wie sie bei Bursts vom Typ II häufig beobachtet wird, ist also zu erwarten, wenn die Amplituden der Elektronendichte in der schnellen Elektronenplasmawelle und der langsamen Ionen schallwelle gleich groß sind. Das bedeutet, daß der Energieinhalt der beiden longitudinalen Wellentypen von gleicher Größenordnung ist<sup>14</sup>. Denkt man an die Anregung der longitudinalen Wellen durch Gasströmungen (z.B. Stoßwellen), so ist im Mittel die Gleichverteilung der Energie auf beide Freiheitsgrade zu erwarten. Unter diesem Gesichtspunkt gestattet der diskutierte Kopplungsmechanismus die Intensitätsgleichheit der Burstemission bei  $\omega_p$  und  $2\omega_p$  zu erklären.

Herrn Prof Dr. R. W. LARENZ, Inst. für Theor. Physik der Universität Düsseldorf, danke ich für seine Anregungen und Ratschläge sehr herzlich.